DISEÑO DE BOBINAS

Constantino Pérez Vega y José Mª Zamanillo Sáinz de la Maza

1. Cálculo de la Inductancia de bobinas de una sola capa.

Inicialmente, se dan las principales fórmulas para calcular la inductancia de bobinas de una sola capa. Este puede considerarse como el problema de análisis, es decir, dada una bobina de geometría conocida, determinar su inductancia. El problema de diseño, sin embargo, es un problema de síntesis en el que lo que se da es la inductancia deseada y es necesario determinar su geometría. Aquí se tratarán únicamente bobinas de sección circular.

En la figura 1 se muestra esquemáticamente una bobina o solenoide de una sola capa, sin núcleo, es decir con "núcleo de aire" o de cualquier otro material con permeabilidad relativa (μ_r) igual a uno.

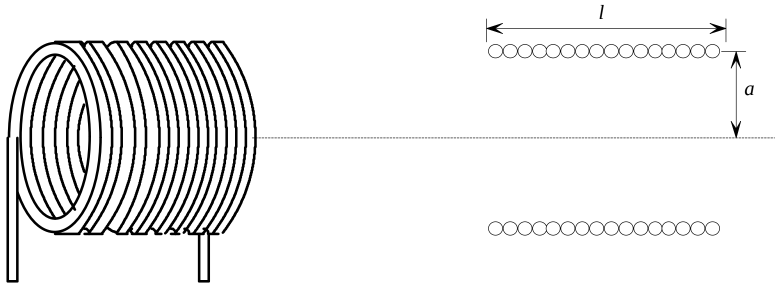

Fig. 1. Bobina de una capa con núcleo de aire

La bobina tiene *N* espiras o vueltas, es de longitud *l* y de radio *a*.

Es muy importante hacer notar que el cálculo de bobinas se basa en fórmulas empíricas y, por consecuencia, los valores que se obtienen son aproximados. Aquí se darán algunas de dichas fórmulas.

En el caso ideal de una bobina compuesta por una cinta muy delgada, en que las espiras están separadas una distancia infinitesimal, la inductancia es la misma que la de una película de corriente y está dada por:

$$L = \frac{0.0395\, a^2\, N^2}{l} \qquad m\ henrys \tag{1}$$

donde *a* y *l* están dados en cm.

Para bobinas cortas, de longitud tal que la relación *a/l* es mayor que 1, es necesario aplicar una corrección a causa de los efectos en los extremos, tal que:

$$L = K\,\frac{0.0395\, a^2\, N^2}{l} \qquad m\ henrys \tag{2}$$

El factor K fue calculado por Nagaoka y se designa habitualmente como *constante de Nagaoka*. La fórmula (2) también se conoce como *fórmula de Nagaoka*. K es función de la relación a/l y se puede obtener de las gráfica[1] de la figura 2.

En la gráfica anterior las escalas de la izquierda e inferior corresponden a la curva inferior, en tanto que las escalas derecha y superior corresponden a la curva superior.

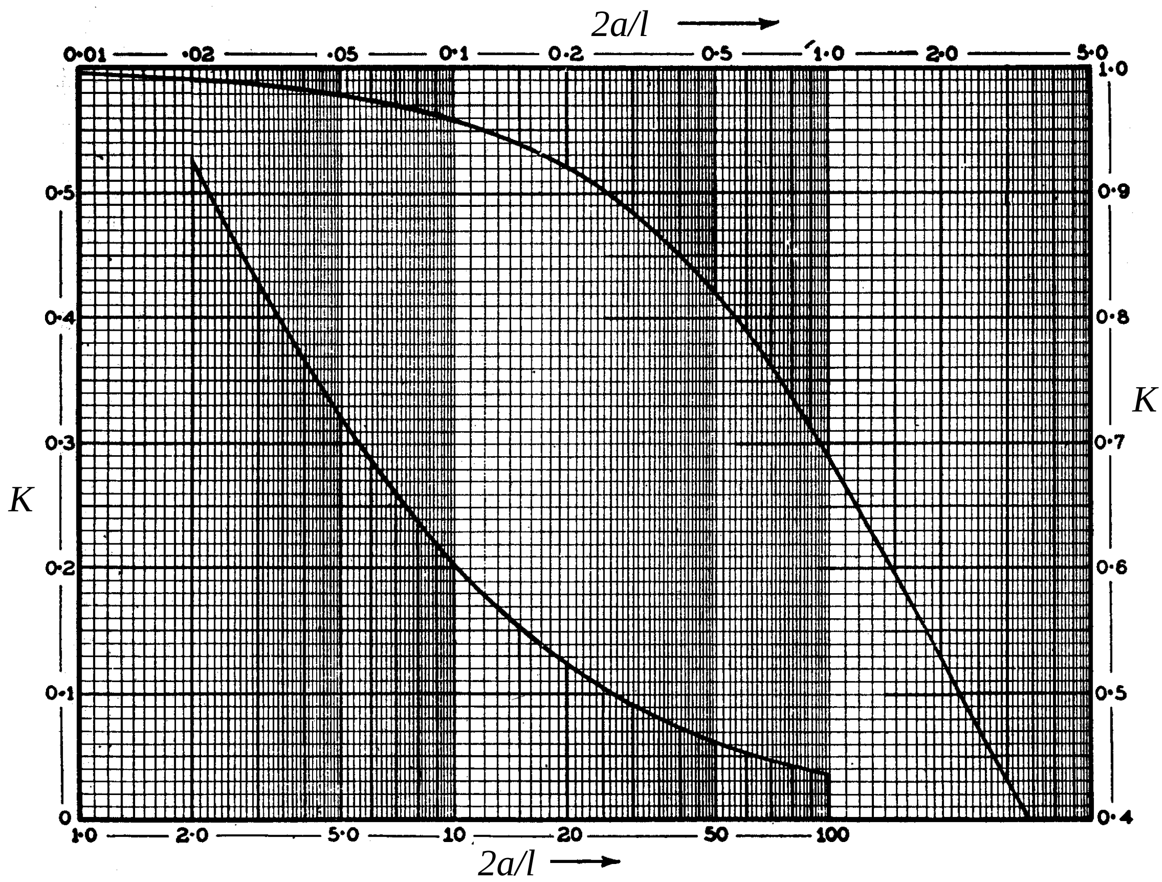

Fig. 2. Constante de Nagaoka para diversos valores de $2a/l$.

El concepto de inductancia de una película de corriente es teórico y las fórmulas prácticas pueden obtenerse a partir de los resultados que se obtienen con ese concepto, mediante aproximaciones que tienen en cuenta las desviaciones del caso ideal.

Hay que hacer notar que las inductancias calculadas por estos métodos son *inductancias en régimen de baja frecuencia*, es decir, en el rango de frecuencias en que no son apreciables efectos capacitivos en la bobina ni tampoco inductancias parásitas debidas a la longitud de los cables de conexión.

El cálculo de la inductancia de una bobina real, con alambre de sección circular se obtiene de la inductancia de la película de corriente equivalente, introduciendo dos términos de corrección, A y B, mediante la fórmula siguiente:

$$L = L_s - 0.01256\, a\, N\, (A + B) \qquad m\, henrys \tag{3}$$

[1] F. Langford-Smith. *Radiotron Designer's Handbook.* 4th. Ed. Radio Corporation of America, Harrison, N.J. 1952. De hecho estas curvas fueron ya publicadas en el Boletín (Bulletin) del Bureau of Standards de los Estados Unidos en el número 8, pág. 224 del año 1912 y continúan siendo de aplicación.

Donde L_s es la inductancia de la película de corriente equivalente dada por (2), a es el radio de la bobina en cm, medida del centro de la bobina al centro del alambre como se indica en la figura 1. A es una constante que toma en cuenta la diferencia entre la inductancia propia entre una espira de alambre de sección circular y la de una espira de la película de corriente y B es otra constante que depende de la diferencia en la inductancia mutua de las espiras de una bobina real respecto a las de una película de corriente. A es función de la relación entre el diámetro del alambre y el paso de la hélice[2], es decir, la separación entre las espiras y B depende del número total de vueltas o espiras.

Los valores de A y B se obtienen con facilidad de las gráficas de la figura 3.

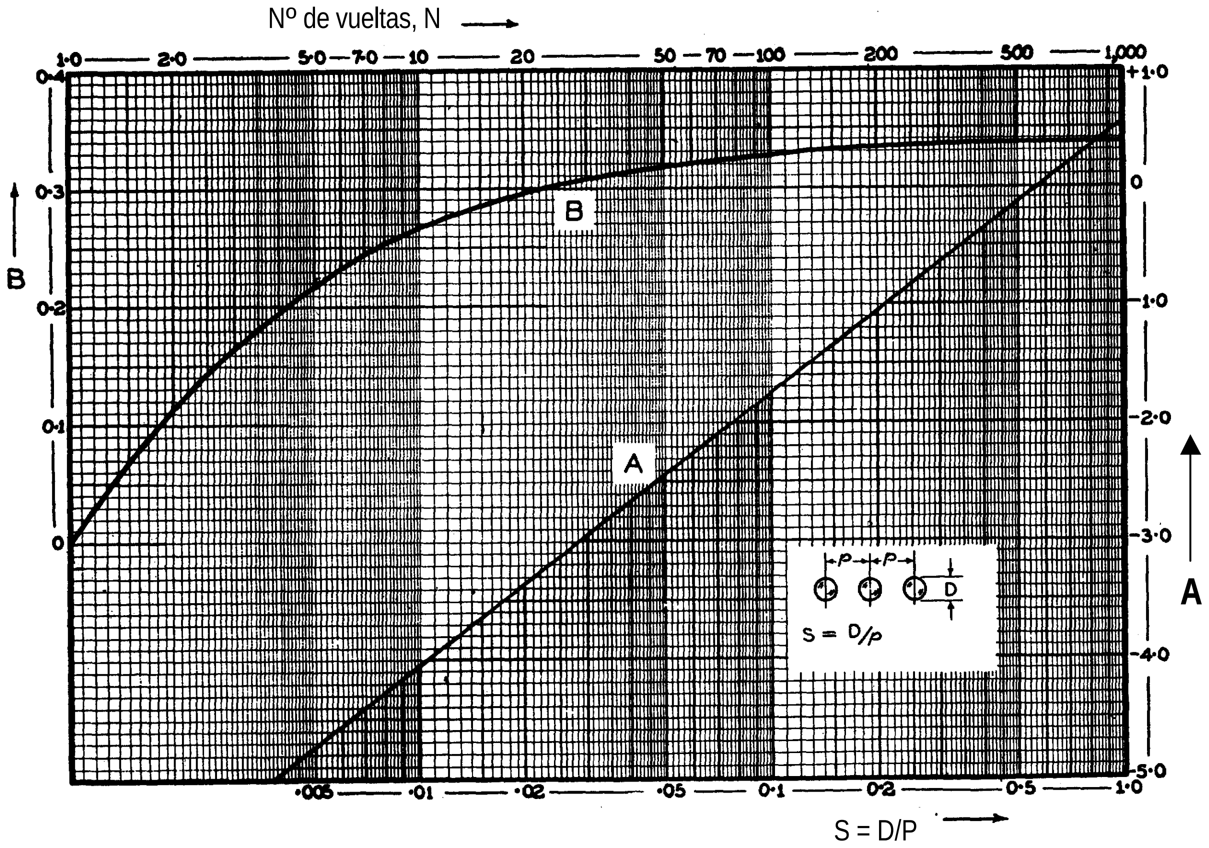

Fig. 3. Constantes A y B en la fórmula (3).

En la figura anterior, P es el paso o separación entre espiras en cm.

La fórmula (3) puede expresarse también en las formas siguientes:

$$\begin{aligned} L &= L_s\left[1-\frac{l\,(A+B)}{\pi a N K}\right] \\ &= L_s\left[1-\frac{P}{\pi a K}(A+B)\right] \end{aligned} \qquad (4)$$

2 La curva que describen las espiras de una bobina se llama *hélice*.

1.2 Fórmulas aproximadas.

En la práctica, pueden aproximarse los valores de A y B por las siguientes expresiones:

$$A \approx 2.3\log_{10}(1.7S) \tag{5}$$

Donde S = D/P. El error es del orden del 1% para todos los valores de S.

$$B \approx 0.336\left[1 - \frac{2.5}{N} + \frac{3.8}{N^2}\right] \tag{6}$$

En la fórmula (6) el error es del orden del 1% para $N > 4$ espiras.

Fórmula de Wheeler.

La fórmula desarrollada por Wheeler para el cálculo de la inductancia es:

$$L = 0.394\frac{a^2 N^2}{9a + 10l} \quad \mu\text{H} \tag{7}$$

La fórmula anterior produce errores del orden de 1% para todos los valores de 2a/l inferiores a 3. El error es de aproximadamente de –4% para 2a/l = 5.

Se usa también una expresión aproximada de (7), basada en un valor específico de K dado por Esnault-Pelteire:

$$L \approx 0.0397\frac{a^2 N^2}{0.92a + l} \quad \mu\text{H} \tag{8}$$

En que el error es aproximadamente de 0.1% para valores de 2a/l de 0.2 a 1.5.

Bobinas cortas. Para bobinas cuya longitud es pequeña comparada con el diámetro, se puede usar la fórmula siguiente:

$$L \approx 0.394\frac{a^2 N^2}{a\left(9 - \frac{a}{5l}\right) + 10l} \quad \mu\text{H} \tag{9}$$

Cuyo error es aproximadamente de ±2% para valores de 2a/l hasta de 20.

2. Diseño de bobinas de una sola capa.

Dado el diámetro de la bobina, el paso y la inductancia deseada, determinar su longitud.

Este puede considerarse como el problema típico de diseño, en el que se desea una bobina de determinada inductancia y se requiere determinar sus dimensiones físicas. En este tipo de problema, lo frecuente es conocer el diámetro del alambre y el diámetro de la bobina y se trata de terminar su longitud. Para ello, es conveniente escribir la fórmula (2) en la forma siguiente:

$$
\begin{aligned}
L &= 0.0395K\frac{a^2 l}{P^2} \\
&= 0.0790\frac{a^3}{P^2}\frac{Kl}{2a} \\
&= 0.0790\frac{a^3}{P^2}F
\end{aligned}
\tag{10}
$$

Donde $F = Kl/2a$ se define aquí como *factor de forma* y es función de $2a/l$ o D/l, es decir, de las dimensiones de la bobina. Sin embargo, en este factor de forma interviene la constante de Nagaoka, K, por lo que la dependencia de F respecto al diámetro y longitud de la bobina no es simple, ya que la constante de Nagoaka depende, a su vez de esas magnitudes. Una forma de deterinar el valor de F es mediante las gráficas del Departamento de Comercio de los Estados Unidos[3] y que se dan en la figura 4.

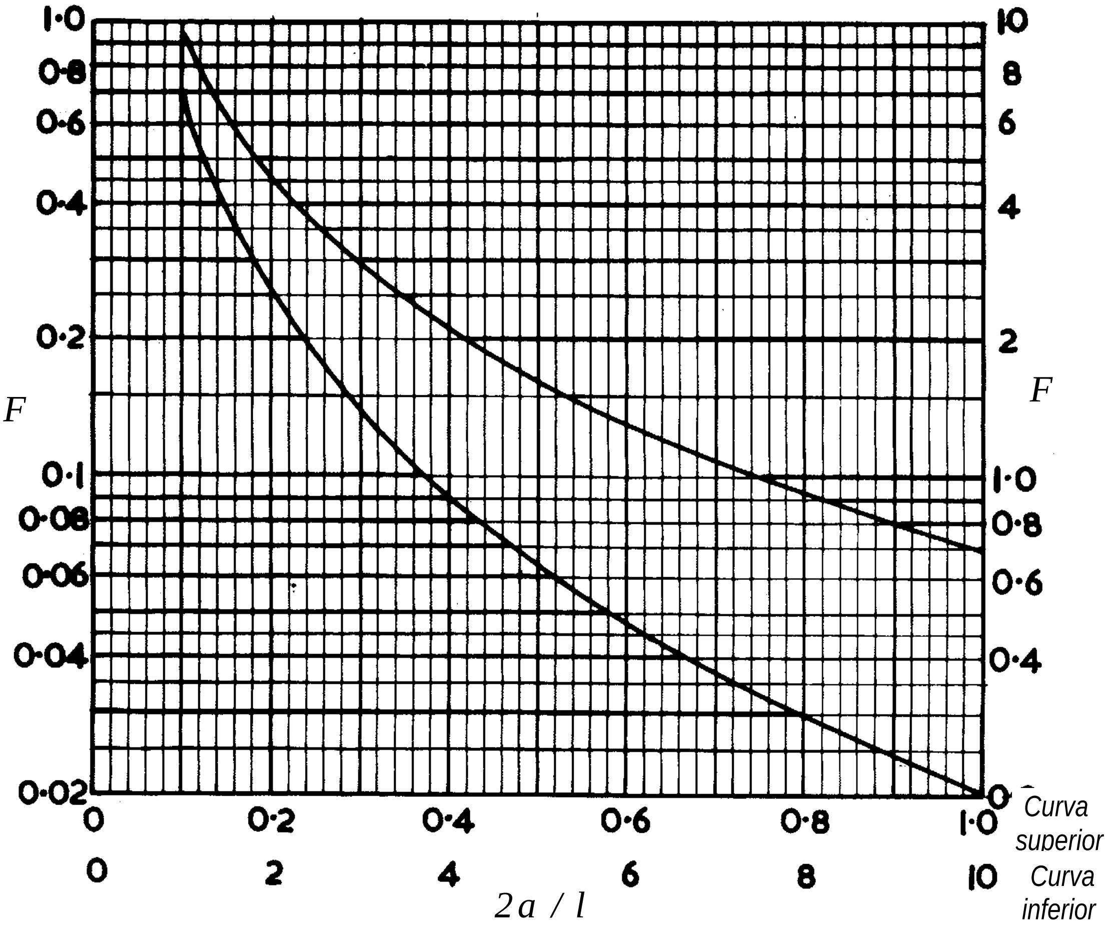

Fig. 4. Variación de F respecto a $2a/l$.

En esta gráfica, los valores de F en la escala de la derecha, se leen sobre la curva superior y los de la escala de la izquierda sobre la curva inferior. Los valores correspondientes de $2a/l$ *se leen sobre las escalas indicadas en el eje horizontal.*

[3] U.S. Dpt. of Commerce, *Circular C74*. “Radio instruments and measurements”.

El procedimiento a seguir es obtener primero F de la fórmula (10):

$$F = 12.658\frac{LP^2}{a^3} \tag{11}$$

Con este valor de F se entra a la gráfica (4) y se obtiene el valor de $2a/l$. Puesto que el diámetro es conocido, se obtiene fácilmente la longitud de la bobina a partir del valor leído en la gráfica.

Conocida la longitud y el paso entre espiras, se calcula el número de vueltas:

$$N = \frac{l}{P} \tag{12}$$

Ejemplo.

Se desea calcular el número de vueltas que debe tener una bobina de 5 μH, que se devanará sobre una forma cilíndrica de 8 mm (aproximadamente el diámetro de un lápiz o un bolígrafo), con alambre de 0.5 mm de diámetro y las espiras juntas.

Los datos para el diseño son: L=5μH; 2a=0.8 cm y P=0.05 cm.

a) Se calcula F mediante la fórmula (11) y se obtiene para este caso que $F = 2.45$.
b) Se entra con este valor en la gráfica de la figura 4, del lado derecho, y se lee, *sobre la curva superior*, el valor de $2a/l = 0.36$.
c) Puesto que $2a = 0.8$, la longitud de la bobina, l, resulta de 2.22 cm.
d) Se calcula ahora el número de vueltas: $N = l/P = 44.4$ vueltas (45 vueltas).

Una información adicional de interés es la longitud de alambre necesaria para esta bobina. Esta se calcula fácilmente como:

$$l_{total} = 2p\,a\,N = 11.31 \text{ cm}$$

a la longitud anterior es necesario agregar la longitud de las terminales de conexión, por ejemplo, 1 cm en cada extremo, con lo que la longitud de alambre requerida para esta bobina es de 13.31 cm.

3. Consideraciones adicionales.

1. Para una longitud dada de alambre, bobinado con un paso conocido (P), la máxima inductancia se tiene con una relación $2a/l = 2.46$.
2. Para lograr una bobina de una inductancia dada, con la mínima resistencia, debe cumplirse la relación anterior.
3. La inductancia disminuye rápidamente para bobinas de longitud mayor que el valor óptimo, pero sólo decrece lentamente para bobinas más cortas. El valor óptimo de $2a/l$ es, aproximadamente, de 2.2.

4. Efectos del blindaje o apantallamiento.

Con gran frecuencia es necesario blindar o apantallar las bobinas para evitar el acoplamiento electromagnético con otras bobinas o elementos de circuito cercanos. Para ello la bobina se encierra en un recipiente metálico de material conductor no ferromagnético. Este blindaje metálico actúa en realidad como una espira en cortocircuito acoplada a la bobina y da lugar a una impedancia mutua entre la bobina y el blindaje cuyo valor es:

$$Z_m = \frac{M^2 \omega^2}{Z_t} \tag{13}$$

donde M es la inductancia mutua entre la bobina y el blindaje y Z_t es la impedancia propia de éste último. En la práctica, puede ignorarse la resistencia de la placa metálica de blindaje, con lo que la impedancia efectiva de la bobina en estas condiciones es:

$$\begin{aligned} Z_L &= R_0 + j\omega L_0 + \frac{M^2 \omega^2}{j\omega L_t} \\ &= R_0 + j\omega\left(L_0 - \frac{M^2}{L_t}\right) \\ &= R_0 + j\omega L_0 (1-k^2) \end{aligned} \tag{14}$$

En que L_0 es la inductancia efectiva de la bobina sin blindaje y aislada de otras bobinas o condcutores cercanos y k es el coeficiente de acoplamiento entre la bobina y el blindaje.

De (14), puede decirse que la inductancia efectiva de la bobina blindada es:

$$L_{ef} = L_0 (1-k^2) \tag{15}$$

y el cuadrado del coeficiente de acoplamiento, k, expresa la inductancia incremental:

$$k^2 = \frac{L_0 - L_{ef}}{L_0} \tag{16}$$

El efecto neto del blindaje, como se aprecia de (14), es una disminución de la inductancia efectiva de la bobina. No hay una expresión analítica mediante la cual se pueda calcular con relativa facilidad esta disminución de la inductancia si bien, por otra parte, se han desarrollado algunas expresiones empíricas que permiten obtener valores aproximados en la práctica.

Una de estas fórmulas es la debida a H. Kaden en 1933:

$$k^2 = \frac{2}{3} \frac{V_L}{V_t} \frac{\alpha}{K} \tag{17}$$

Donde V_L es el volumen de la bobina y V_t el del blindaje. K es la constante de Nagaoka y α es una constante que depende de la permeabilidad del material del blindaje y de sus dimensiones. Cuando el blindaje es de metal no ferromagnético, $\alpha \approx 1$.

Otra expresión debida a Bogle[4], para blindajes cilíndricos, concéntricos a la bobina es:

[4] A. G. Bogle. "The effective inductance and resistance of screened coils". Jour. I.E.E. **87** (1940), p. 299.

$$k^2 = \frac{1}{1 + \frac{1.55g}{l}} \left(\frac{a}{b} \right)^2 \qquad (18)$$

Donde a es el radio de la bobina, *b* el del blindaje y $g = b - a$, la distancia entre la bobina y el blindaje.

Un aspecto muy importante que debe tenerse en cuenta, es que las fórmulas anteriores son empíricas y dan resultados aproximados. En una aplicación particular, por lo general será necesario hacer ajustes para obtener los resultados deseados.

5. Comportamiento de las bobinas con respecto a la frecuencia.

Todas las fórmulas anteriores son válidas para frecuencias bajas, a las que puede ignorarse el efecto de las terminales y los efectos capacitivos en la bobina. De hecho, el inductor o bobina es, entre los componentes pasivos de circuito, el que probablemente es más susceptible de presentar cambios drásticos con la frecuencia. En cualquier bobina, la proximidad entre las espiras da lugar a una capacidad distribuida que no puede ignorarse en altas frecuencias. Tampoco pueden ignorarse las capacidades parásitas que se presentan entre la bobina y otros elementos de circuito próximos, incluyendo los cables o las pistas de los circuitos. El circuito equivalente para una bobina, considerando solamente la capacidad distribuida y la resistencia del alambre, se muestra en la figura 5.

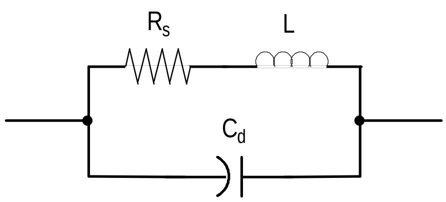

Fig. 5. Circuito equivalente de una bobina.

A manera de ejemplo, en la figura 6 se muestra la impedancia de una bobina de 10 μH, a la que se supone una resistencia de 20 Ω y una capacidad distribuida de 10 pf. Debido a esta capacidad distribuida, la bobina se comporta no como ideal, representada por la recta en la figura 6, sino como un circuito LC en paralelo cuya frecuencia de resonancia es, para este ejemplo, de 15.9 MHz. La gráfica se ha trazado para la vecindad de esta frecuencia.

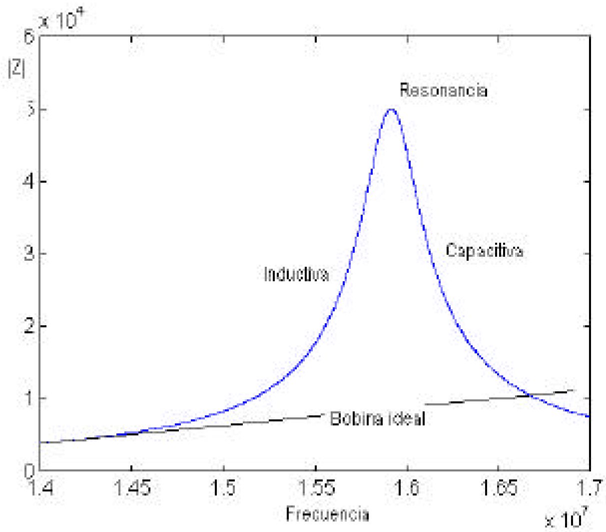

Fig. 6. Respuesta en frecuencia para una bobina de 10 μh,
con resistencia de 20 Ω y capacidad distribuida de 10 pf.

Como se puede apreciar de la figura, la bobina se desvía de su comportamiento ideal a partir de 14.5 MHz para el caso del ejemplo, presentando una impedancia inductiva mucho mayor que la de la bobina ideal. A partir de la resonancia, la impedancia que presenta la bobina es *capacitiva*, es decir, la bobina se comporta como un condensador.

Como consecuencia de lo anterior, es claro que estos efectos deben tomarse en cuenta al diseñar o seleccionar bobinas, ya que si la frecuencia a la que debe funcionar está en la cercanía de su frecuencia natural de resonancia, el comportamiento será totalmente diferente del esperado. Una regla simple, es que esta frecuencia natural de resonancia debe ser mucho mayor que la frecuencia de funcionamiento de la bobina de modo que su comportamiento se acerque al ideal. No siempre, en la práctica, es posible conseguir esta condición.

En general, no se encuentran comercialmente bobinas de determinados valores de inductancia, como ocurre con las resistencias o condensadores y con frecuencia es necesario construirlas. Sin embargo, en algunos casos es posible disponer de algunos tipos de bobinas en circuito integrado. Estas bobinas se construyen sobre un substrato cerámico y se pueden encontrar en el rango de inductancias de 0.1 μH a 1 mH, con valores típicos de Q entre 40 y 60 a 200 MHz.

6. Consideraciones sobre el factor de calidad de una bobina (Q).

La resistencia equivalente en serie de una bobina, debida a la conductividad finita del alambre, es el mecanismo básico que da lugar a una impedancia finita a resonancia. El efecto de esta resistencia inherente a la bobina es estrechar o ensanchar la curva de impedancia a resonancia. La relación entre la reactancia (jwL) de una bobina y su resistencia se define como *factor de calidad* de la biobina, o simplemente Q, es decir:

$$Q = \frac{\omega L}{R_s} \tag{19}$$

Si el conductor fuera perfecto, la resistencia sería cero y la Q infinita. En bajas frecuencias, la Q de la bobina es alta, debido a que la resistencia del conductor es prácticamente la resistencia a c.c. Según aumenta la frecuencia, intervienen el efecto pelicular y la capacidad distribuida y la calidad de la bobina se degrada. El efecto neto sobre Q es que, a bajas frecuencias la Q aumenta linealmente con la frecuencia, ya que aumenta su reactancia y el efecto pelicular no interviene significativamente. Sin embargo este efecto se manifiesta rápidamente al aumentar la frecuencia, con lo que la resistencia del conductor es ahora la resistencia a c.a., que aumenta con la frecuencia. Por consecuencia, aunque la Q sigue creciendo lo hace más lentamente hasta alcanzar un máximo y luego decrecer.

Entre os métodos para aumentar la Q de una bobina y extender su rango útil de frecuencia se pueden emplear los siguientes:

a) Utilizar alambre de mayor diámetro, con lo que se reduce la resistencia del alambre a c.c. y c.a.

b) Separar las espiras de la bobina para reducir la capacidad distribuida.

c) Aumentar la permeabilidad del circuito magnético, devanando la bobina sobre un núcleo de material ferromagnético. Esto además, permite obtener la misma inductancia con menos vueltas.